

## Mouvement de rotation d'un solide autour d'un axe fixe : Exercices

### Exercice d'application 1 :

1. La vitesse angulaire du point M d'un solide en mouvement de rotation autour d'un axe fixe est  $\dot{\theta} = 10 \text{ rad/s}$  ;
  - (a) Calculer l'accélération angulaire du point M ;
  - (b) Quelle est la nature du mouvement du point M ?
  - (c) Écrire l'expression de l'abscisse angulaire du point M en fonction du temps , sachant que son abscisse angulaire à l'origine des dates est  $\theta_0 = 2 \text{ rad}$
2. L'expression de l'abscisse angulaire du point N d'un solide en rotation autour d'un axe fixe est :

$$\theta(t) = 10t^2 + 40t + 6$$

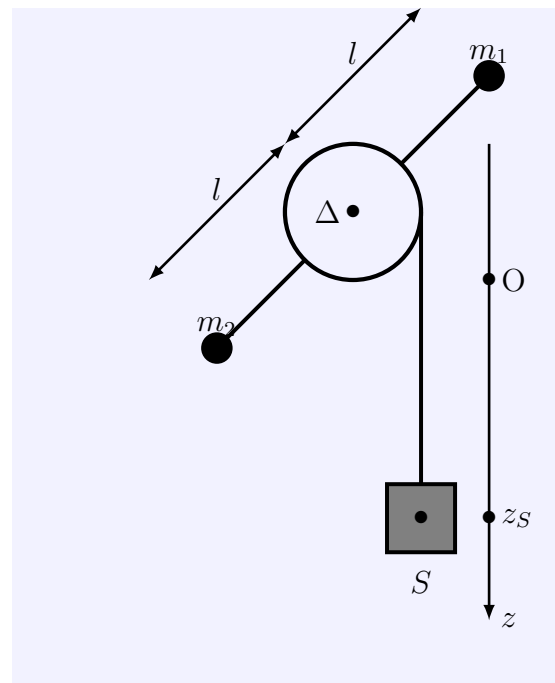
t est en (s) et  $\theta$  en rad .

- (a) Déterminer l'expression de la vitesse angulaire du point N en fonction du temps
- (b) Déterminer l'expression de l'accélération angulaire du point N en fonction du temps
- (c) Quelle est la nature du mouvement du point N .

### Exercice 1

On considère un cylindre (C) homogène de masse  $M = 1 \text{ kg}$  et de rayon  $r = 10 \text{ cm}$  pouvant tourner autour d'un axe fixe  $\Delta$  , horizontal en passant par son centre d'inertie (G) . Une tige (T) de masse négligeable, fixée au cylindre en passant par G , à ces deux extrémités on fixe deux corps ponctuels de même masse  $m_1 = m_2 = 0,5 \text{ kg}$  leurs centres de gravité se trouvent à une distance  $l = 50 \text{ cm}$  de l'axe de rotation ( $\Delta$ ).

En enroule sur le cylindre un fil inextensible , de masse négligeable et on fixe l'autre extrémité du fil à un solide (S) de masse  $m = 10 \text{ kg}$ . Le fil ne glisse pas sur le cylindre . On lâche le système sans vitesse initiale à la date  $t = 0$  . on néglige toute sorte de frottement pendant le mouvement du système .



1. Donner la signification physique des condition suivantes :
  - \* un fil inextensible , Le fil ne glisse pas sur le cylindre
2. Déterminer l'accélération  $a = \frac{d^2 z}{dt^2}$  du solide (S) et la tension du fil au cours du mouvement du système . L'axe Oz est orienté vers le bas .

3. Quelle est la vitesse angulaire du cylindre lorsque le solide parcourt une altitude  $h = 5m$

On donne  $g = 10m/s^2$

### Exercice 2

On considère un disque, de masse  $m = 200g$ , de rayon  $r = 5cm$ , susceptible de tourner autour d'un axe ( $\Delta$ ). On applique au disque immobile un couple de forces de moment  $\mathcal{M}$  constant, le disque effectue alors un mouvement de rotation autour de l'axe ( $\Delta$ ). Au bout d'une minute la vitesse angulaire du disque a la valeur de  $\dot{\theta} = 5rad/s$ , à cet instant on supprime l'action du couple de forces. Les frottements sont supposés négligeables

1. Calculer la valeur du moment d'inertie du disque par rapport à l'axe ( $\Delta$ )
2. Montrer que l'accélération angulaire du disque est constante au cours de l'application du couple de moteur. Calculer sa valeur
3. En déduire la valeur du moment  $\mathcal{M}$  du couple moteur
4. Quelle est la nature du mouvement du disque après avoir supprimé l'action du couple moteur? Justifier la réponse.

### Exercice 3

Un anneau de moment d'inertie  $J_{\Delta}$  tourne autour de son axe ( $\Delta$ ) à raison de 90 tours par minute.

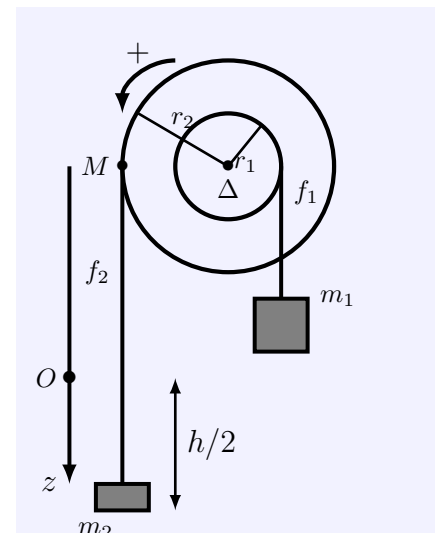
Pour freiner cet anneau, on exerce sur lui un couple de forces de moment  $\mathcal{M}_C$  constant jusqu'à son arrêt.  $\mathcal{M}_C = -0,2N/m$ . On néglige les frottements.

1. Quelle est la nature du mouvement de l'anneau pendant l'application du couple résistant? Justifier la réponse.
2. Calculer la valeur de l'accélération angulaire de l'anneau pendant l'action du couple de freinage sachant que  $J_{\Delta} = 8 \times 10^{-3}kg.m^2$ .
3. Calculer la durée de freinage.

### Exercice 4

Un système (S) est constitué de deux cylindres homogènes (D) et (D') de même substance, de même épaisseur, coaxiaux, solidaires l'un de l'autre. Le moment d'inertie de (S) par rapport à son axe de révolution est  $J_{\Delta} = 1,7 \times 10^{-1}kg.m^2$ .

On enroule sur chaque cylindre un fil inextensible de masse négligeable. Soit  $f_1$  le fil enroulé sur  $D_1$  de rayon  $r_1$  à son extrémité on suspend un corps de masse  $m_1 = 3kg$  et soit  $f_2$  le fil enroulé sur le cylindre  $D_2$  de rayon  $r_2 = 2r_1 = 40cm$ , à son extrémité on suspend un corps de masse  $m_2 = 2kg$ .



On libère le système sans vitesse initiale .

1. Montrer que le système est en mouvement dans le sens indiqué sur la figure ci-contre .
2. En réalisant une étude dynamique montrer que l'équation différentielle vérifiée par  $\ddot{\theta} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$  peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\ddot{\theta} = \frac{r_1 \cdot g(2m_2 - m_1)}{J_{\Delta} + r_1^2(4m_2 + m_1)}$$

3. En déduire les valeurs de l'accélération linéaire  $a_1$  de corps de masse  $m_1$  et  $a_2$  de corps de masse  $m_2$
4. Calculer les deux tensions  $T_1$  de  $f_1$  et  $T_2$  de  $f_2$ .
5. À l'instant  $t = 0$  les deux corps se trouvent de la même hauteur du plan horizontal ( $h=0.5m$ ) et que le centre d'inertie du corps  $m_2$  soit confondu avec l'origine de l'axe Oz qui est orienté vers le bas .  
On considère le point M contact entre le fil  $f_2$  et  $D_2$  voir figure . Trouver les caractéristiques du vecteur accélération  $\vec{a}_M$  en ce point M à un instant t où le corps  $m_2$  descend de  $\frac{h}{2}$  .  
On donne  $g = 10m/s^2$

### Exercice 5

Un plaque homogène  $OA$ , de masse  $M = 2kg$  et de longueur  $l = 50cm$ , peut tourner dans un plan vertical, autour d'un axe fixe ( $\Delta$ ) passant par son extrémité  $O$ .

On lâche la plaque de sa position d'équilibre verticale instable où  $\theta = 0^\circ$ , l'abscisse angulaire à l'instant  $t=0$ , sans vitesse initiale. On donne le moment d'inertie de la plaque par rapport à ( $\Delta$ ) est :  $J_{\Delta} = \frac{1}{3}Ml^2$  et l'intensité de pesanteur  $g = 9,81m/s^2$ .

1. Déterminer l'accélération angulaire  $\ddot{\theta}$  à un instant t où  $\theta = 60^\circ$  avec la verticale .
2. Calculer la norme de l'accélération tangentielle  $a_T$  et la norme de l'accélération normale  $a_N$  de l'extrémité libre A de la plaque à cet instant .
3. En déduire la norme et la direction de l'accélération linéaire  $\vec{a}$  de cette extrémité .

